

MODELACIÓN TABULAR, ACTIVIDAD CON CELDAS E INTERCELDA

Nayadeth Curiqueo, Leonora Díaz, Maximiliano Nuñez, Scarlett Zambrano
Universidad de Valparaíso

Resumen: En este trabajo se reporta una actividad estudiantil en ambiente tabular. La actividad forma parte de una investigación acción que pone en escena un diseño de modelación validado internamente, el que mediante las fases de modelación tabular, analítico algebraica y figural, procura la construcción de significados de lo cuadrático por los estudiantes. Aquí se presenta la actividad estudiantil de modelación tabular, en la que identifican valores que covarian y añaden interceldas con nuevos valores obtenidos desde una tabla con datos de los desplazamientos de un objeto en caída libre y de los tiempos en que ocurren esos desplazamientos. El análisis de casos aporta evidencias de predicciones estudiantiles cuando responden preguntas por datos que no aparecen en la tabla. Uno de los casos construye una expresión analítico algebraica de segundo orden desde los datos numéricos, avanzando a la fase de modelación algebraica del diseño.

Modelación tabular, covariación, diferencias de diferencias

INTRODUCCIÓN

La actividad que se reporta se inscribe en la problemática que emerge desde prácticas de modelación que procuran el desplazamiento desde lo lineal a lo cuadrático, esto es, que los estudiantes construyan significados para lo cuadrático, desde variaciones lineales.

Al decir de Arrieta y Díaz (2015)

Concebimos a la modelación como una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas, llamada lo modelado, a partir de la otra llamada el modelo. La diversidad, tanto de las entidades que intervienen en la articulación como la naturaleza de la intervención, hacen posible identificar a la modelación como una práctica recurrente en diferentes comunidades (op. cit., 2015: 19).

La concepción de modelación que se suscribe plantea que no hay modelación sin interacción con el fenómeno que se intenta modelar, por lo que la primera fase del diseño es la experimentación en sentido amplio. Esta experimentación puede ser presencial, discursiva o virtual (op. cit., 2015). En este reporte se presentan desarrollos de modelación tabular de estudiantes de tercer año de enseñanza media, con datos de una experimentación discursiva, parte de una investigación acción guiada por la pregunta orientadora ¿Cómo los estudiantes construyen significados para lo cuadrático desde variaciones lineales?

LA ACTIVIDAD

Inmersión en la experimentación discursiva

La actividad inicia solicitando a los estudiantes que figuren la siguiente situación: *Neil Armstrong, previo a su descenso en la luna, realizó el siguiente experimento: dejó caer una piedra desde la Apollo 11 cuando esta se encontraba a 81 m de la superficie lunar.* Para la inmersión de los estudiantes en la experimentación discursiva, ellos configuran el experimento articulando la situación, la figura que han elaborado de ella y la Tabla 1, que se

les entrega con el registro de los datos provenientes de la situación, en la que identifican covariaciones de distancias con tiempos en que se recorren esas distancias.

tiempos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(segundos)											
distancias	0	0,81	3,24	7,29	12,96	20,25	29,16	39,69	51,84	65,61	81
(metros)											

Tabla 1. Covariación de tiempos y distancias en la caída libre de una piedra en la superficie lunar

Modelación tabular

En la actividad de predecir datos no ostensibles, los estudiantes articulan el fenómeno de caída libre de la piedra con la tabla construida, esto es, constituyen el dipolo modélico tabular (fenómeno, tabla construida) con base en sus predicciones de datos que no aparecen en la Tabla 1 y que se encuentran entre sus valores, equidistantes o no a ellos. Enseguida conforman una segunda tabla con los datos de la Tabla 1, añadiendo columnas con las variaciones de tiempos y variaciones de distancia, en este caso de tipo lineales y las variaciones de las variaciones de distancias, para este caso constantes. Siguen preguntas de valores que no aparecen en la tabla con variaciones construida hasta aquí y que se encuentran entre valores explícitos de ella, equidistantes y no equidistantes a sus datos manifiestos. A continuación el diseño procura que los estudiantes construyan generalizaciones desde las cantidades que registra la tabla que construyeron. Con base en sus generalizaciones, en la fase de modelación algebraica, constituirán más adelante el dipolo modélico analítico algebraico cuando articulen fenómeno y expresión analítico algebraica.

ANÁLISIS DE LOS CASOS

Se analiza el trabajo en un ambiente tabular de tres estudiantes de tercer año medio. Ellos ponen de manifiesto en inter-celdas, cantidades de variaciones implícitas en la tabla inicial (Tabla 1).

Con base en la articulación de la Tabla 1 junto con la situación narrada y la figura que concurren a constituir al experimento discursivo en comento, se abre la oportunidad a los estudiantes de construir nuevas columnas dando paso a una tabla más compleja que añade, al dar cuenta de covariaciones de cantidades de la tabla inicial (Tabla 1), columnas con variaciones de cantidades de tiempo y de distancia y, con variaciones de variaciones de cantidades de distancia. Así, la tabla que construyen los estudiantes, responde a un esquema de cinco columnas con cuatro de ellas elaboradas mediante cálculos de variaciones de las cantidades registradas en la tabla inicial. Presentan entre-celdas en las que escriben los resultados de los cálculos de diferencias y diferencias de diferencias.

Análisis de la actividad tabular de tres estudiantes

Al decir de Estrella (2014) el espacio bidimensional de una tabla, en tanto ambiente de recolección y análisis exploratorio de datos, presenta altas demandas cognitivas al estudiantado que ella identificó en estudiantes de primer ciclo básico. Según la autora (op.cit., 2014: 11) comprender una tabla requiere la activación, entre otros, de los procesos

de lectura, búsqueda e interpretación y evaluación. Por su parte, construir una tabla conlleva procesos de escritura, de construcción y compleción, que signifiquen para el fenómeno en estudio un conjunto “completo” de datos en el sentido de dar cuenta de las peculiaridades que lo distingan. En Tabla 2 se presenta un resumen de celdas e inter-celdas confeccionadas por tres estudiantes.

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$			$\Delta d = d_2 - d_1$			$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$		
	E1	E2	E3	E1	E2	E3	E1	E2	E3
0	0	1 - 0 = 1	1	0	0,81 - 0 = 0,81	0,81	0	0,81 - 0 = 0,81	0
1	5,67	2 - 1 = 1	1	3,67	3,24 - 0,81 = 2,43	2,43	5,67	2,43 - 0,81 = 1,62	0
2	12,72	3 - 2 = 1	1	12,72	7,29 - 3,24 = 4,05	4,05	12,72	4,05 - 2,43 = 1,62	0
3	22,32	4 - 3 = 1	1	28,32	12,96 - 7,29 = 5,67	5,67	22,32	5,67 - 4,05 = 1,62	0
4	28,62	5 - 4 = 1	1	29,67	20,25 - 12,96 = 7,29	7,29	29,67	7,29 - 5,67 = 1,62	0
5	32,15	6 - 5 = 1	1	32,15	29,16 - 20,25 = 8,91	8,91	32,15	8,91 - 7,29 = 1,62	0
6	48,13	7 - 6 = 1	1	48,13	39,69 - 29,16 = 10,53	10,53	48,13	10,53 - 8,91 = 1,62	0
7	57,52	8 - 7 = 1	1	51,84	51,84 - 39,69 = 12,15	12,15	57,52	12,15 - 10,53 = 1,62	0
8	68,30	9 - 8 = 1	1	65,30	65,61 - 51,84 = 13,77	13,77	65,30	13,77 - 12,15 = 1,62	0
9	81	10 - 9 = 1	1	71,128	81 - 65,61 = 15,39	15,39	81	15,69 - 13,77 = 1,62	0

Tabla 2: Tabla resumen de las celdas e interceldas construidas por tres estudiantes

Estudiante 1. Se observan indicios de coherencias cognitivas locales, de la estrategia de los puntos medios para predecir, reportada en estudios anteriores como el de Sepúlveda, Díaz y Arrieta (2015). En lo global presenta valores de celdas e interceldas inconducentes. Esto evidencia la complejidad del ambiente tabular que no ha sido objeto de enseñanza en el aula, permaneciendo invisibles obstáculos epistemológicos, cognitivos y didácticos ya reportados para estudiantes de primer ciclo básico (Estrella, 2014) y los que se develan en esta actividad en ambiente tabular con celdas e interceldas para estudiantes de enseñanza media.

Estudiante 2. El estudiante identifica los valores para obtener la diferencia de tiempos, los que registra en una nueva tabla con celdas e interceldas. El registra la regularidad de las diferencias de tiempo, $\Delta t = 1$ en la segunda columna. Anota las diferencias de distancias recorridas por la piedra en la tercera columna. Obtiene las diferencias Δd relacionando los valores tomados desde la tabla inicial. Considera duplas de distancias consecutivas y registra su variación en las interceldas correspondientes. Al trabajar con las diferencias de diferencias, que inscribe en la cuarta columna, el estudiante retrocede a una primera dupla de diferencias de distancias, estrategia que difiere desde el segundo valor en adelante, obteniendo valores constantes para las respectivas diferencias de diferencias. La intercelda que no llena con la variación de la variación de desplazamientos nos advierte acerca de la complejidad involucrada en la actividad en el ambiente tabular con interceldas, el que de modo análogo al ambiente tabular inicial (Estrella, 2014), se soslaya como objeto de enseñanza. Se conjetura que la inmersión del estudiante en el contexto de experimentación y modelación aportó significados que facilitaron su trabajo en ambiente tabular salvando los obstáculos que este suele presentar. En efecto, el estudiante en su inmersión al experimento

discursivo señala: *El experimento (de)muestra la velocidad de una piedra al caer, estamos intentando saber la gravedad de la luna físicamente hablando, pero matemáticamente hablando, es el planteo del cálculo lógico de una piedra* (al caer libremente). Ante la pregunta por una expresión generalizada para la distancia d correspondiente a un tiempo t , plantea una expresión que relaciona valores de distancias con valores de tiempos al cuadrado, con un coeficiente constante, a la manera de Galileo quien establece que el movimiento de caída libre de un objeto relaciona cantidades enteras con esas cantidades al cuadrado (Díaz y Arrieta, 2015).

Estudiante 3. Como en el caso anterior, el estudiante identifica los valores para obtener la diferencia de tiempos que registra en la nueva tabla con celdas e interceldas. Registra $\Delta t=1$ en la segunda columna. Anota las diferencias de distancias recorridas por la piedra en la tercera columna. El valor 0 que anota en la cuarta columna pudiera corresponder con la estrategia que considera diferencias de diferencias de tiempos en lugar de distancias como se le solicitara y registra ese valor en la cuarta columna. Cabe notar la relevancia que cobra el esquema tabular que le presentó el diseño. Este no figuró las interceldas de las diferencias de diferencias, aumentando la complejidad involucrada en una actividad en ambiente tabular y más aún con interceldas como se ha comentado antes.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Los casos de desarrollos estudiantiles en ambiente tabular, provenientes de un diseño de modelación orientado al estudio del comportamiento de un objeto en caída libre, hicieron visibles las complejidades del trabajo con tablas para estudiantes e investigadores. Más específicamente sus producciones aportan evidencias, por una parte, acerca de las complejidades de la actividad en un ambiente tabular que considera celdas e interceldas y, por otra, relevan la importancia de la inmersión en un contexto de modelación para superar los obstáculos emergentes en el trabajo con tablas que no han sido objeto de enseñanza. En efecto, las textualidades del segundo caso ilustran su cabal inmersión y esta concurre con la expresión que levanta, precursora del modelo analítico algebraico, con base en su actividad en el ambiente tabular.

Referencias

- Arrieta, J., & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19 – 48.
- Díaz, L., & Arrieta, J. (2015). Una deriva de tiempos en la obra de Galileo. En *Actas de las XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, CIAEM. Tuxtla Gutiérrez, México.
- Estrella, S. (2014). *El objeto tabla: un estudio epistemológico, cognitivo y didáctico*. Resumen de Tesis para obtener el grado de Doctora en Didáctica de la Matemática. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile.
- Sepúlveda, C., Díaz, L., & Arrieta, J. (2015). Trayectorias constituidas y emergentes en prácticas de modelación desde una mirada socioepistemológica. En *Actas de las XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*. Villarrica, Chile.